Nom...

Prénom :.................................

CNE...

مباراة ولوج السنة الأولى للمدرسة الوطنية للفلاحة

مكناس

مادة الرياضيات

مدة الانجاز: ساعة واحدة

05 غشت 2011

أجب بتركيز عن كل سؤال في الحيز المخصص له

التمرين الأول: (5 نقط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:
$$\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N};\ u_{n+1} = {u_n}^2 + 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

1. ادرس رتابة المتتالية (u_n) واستنتج أنها مصغورة.

....

2. هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ هل هي مكبورة؟

....

3. بين أن: $\forall n \in \mathbb{N}^*\ \ u_n \geq 2^n$ واستنتج نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

....

التمرين الثاني: (4 نقط)

في $\mathbb{C}$،مجموعة الأعداد العقدية،نعتبر المعادلة التالية: $(E) : z^2 + z + 1 = 0$ ونرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E).في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A وB وC وD التي ألحاقها على التوالي z_1 وz_2 و1 و-1. <u>بدون حل المعادلة</u>(E) <u>أجب عن الأسئلة التالية:</u>

1) بين أن النقطتين A وB متماثلتان بالنسبة لمحور الأفاصيل.

....

2) بين أن O مركز ثقل المثلث ABC .

....

3) بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع.

....

4) بين أن الرباعي OADB معين.

....

التمرين الثالث: (7 نقط)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بما يلي: $g(x)=\frac{x}{1+x}+ln(1+x)$.

1) ضع جدول تغيرات الدالة g.

	-1	$+\infty$
$g'(x)=$		
$g(x)$		

2) حدد إشارة الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

....

....

3) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بما يلي: $f(x)=xln(1+x)$

1.3 ضع جدول تغيرات الدالة f

	-1	$+\infty$
$f'(x)=$		
$f(x)$		

2.3 بين أن لكل x من المجال $[0;1]$: $\frac{x^2}{2}\leq f(x)\leq x^2$

....

....

4) 1.4 بين أن المعادلة $f(x)=\frac{1}{n}$ تقبل حلا وحيدا α_n على $[0;1]$ حيث $n\in\mathbb{N}$ و $n\geq 2$.

....

2.4 بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq 2}$ متقاربة ثم حدد نهايتها.(يمكن استعمال السؤال 2.3)

....

....

التمرين الرابع: (4 نقط)

لكل عدد صحيح طبيعي n نضع: $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{-nx}sinx\,dx$ و $J_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{-nx}cosx\,dx$.

1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن لكل عدد صحيح طبيعي n :

$$I_n+nJ_n=1 \quad \text{و} \quad J_n-nI_n=e^{-n\frac{\pi}{2}}$$

....

....

....

....

....

2. استنتج صيغة I_n و J_n بدلالة n .

$I_n=$	$J_n=$